Mathématiques

Indécidables utiles et inutiles

Les affirmations sur la complexité sont souvent indécidables. D'où l'idée d'en utiliser comme axiomes pour limiter la désespérante incomplétude de toute théorie mathématique, découverte par Kurt Gödel il y a 80 ans.

Jean-Paul Delahaye

23 juillet 2014 | POUR LA SCIENCE N° 442 | Temps de lecture : 11 min

Article réservé aux abonnés numériques

S'abonner

Pour ne rien manquer de *Pour La Science*, inscrivez-vous à nos newsletters (gratuites)

Logique | Complexité | Kolmogorov | Incomplétude | Axiomes | Indécidabilité

Ce qui est simple peut se dire en peu de mots et donne ce qui est complexe en demande beaucoup. Le hasard ne pouvant pas se résumer, il est incompressible et fournit les objets les plus complexes. Ces idées élémentaires servent de fondement à la « théorie algorithmique de l'information » ou « théorie de la « complexité de Kolmogorov ». Créée il y a 50 ans par le mathématicien russe Andrei Kolmogorov et quelques autres théoriciens, son importance se affirme d'année en année : on l'utilise en physique pour définir l'entropie, en biologie pour concevoir des algorithmes de comparaison de séquences, en psychologie pour mesurer la capacité des humains à reconnaître et simuler le hasard, etc.

En logique mathématique et en philosophie des sciences, les multiples facettes de cette théorie ont permis de qu'est une suite infinie aléatoire ou une théorie complète *(voir la rubrique du numéro de mai 2013 : « Qu'est-ce qu'un objet complexe ? »)*. Nous verrons ce que des axiomes portant sur le hasard et la complexité enrichissent une théorie mathématique et augmentent son pouvoir de démonstration. Cinq mathématiciens d'origines variées, Laurent Bienvenu et Antoine Taveneaux, de l'Université Paris 7, André Romashchenko et Alexander Shen, aujourd'hui à l'Université de Montpellier, et Stijn Vermeeren, de l'Université de Leeds en Grande-Bretagne, ont dans un article récent fait avancer notre compréhension du hasard et du rôle logique de la complexité.

Vous avez lu 10% de cet article. La suite est réservée aux abonnés.
Déjà abonné ? Me connecter

Créez votre compte et bénéficiez de 2 articles réservés aux abonnés offerts

Et accédez gratuitement à tous autres articles
* articles à consulter dans les 30 jours suivant la création de votre compte

Je crée mon compte

Auteur

Jean-Paul Delahaye

Jean-Paul Delahaye est professeur émérite en informatique à l'Université de Lille et chercheur au centre de recherche en informatique, signal et smart Turing machines, UMR CRISTAL. Il est l'auteur de la rubrique Logique et calcul dans *Pour la Science*.

Voir tous ses articles

Références

L. Bienvenu *et al.*, *The axiomatic power of Kolmogorov complexity*, *Annals of Pure and Applied Logic*, à paraître, 2014 (*arxiv.org/pdf/1303.3392.pdf*).

F. Soler-Toscano *et al.*, Calculating Kolmogorov complexity from the output of frequency distributions of small Turing machines, *PLoS ONE*, vol. 9(5), e96223, 2014.

A. Taveneaux, Puissance logique et calculabilité de l'aléa algorithmique, Thèse de doctorat, Université Paris 7, 2013.

N. Gauvrit *et al.*, Algorithmic complexity for short binary strings applied to psychology : a primer, *Behavior Research Methods*, en ligne le 6/12/2013 (http://tinyurl.com/nbu6ln).

Article parus dans
Pour la Science N°442 - Août 2014

Sommaire

Acheter au format numérique

S'abonner

Sur le même sujet

Informatique — 29/05/2017
La complexité algorithmique de l'humour

Logique & calcul — 06/06/2022
Logique mathématique : pouvons-nous échapper à l'incomplétude ?

Mathématiques — 09/06/2021
Les indécidables trajectoires d'un fluide

Mathématiques — 27/03/2018
Les indécidables absolus existent-ils ?

Neurosciences — 17/12/2017
Le cerveau produit la plus grande complexité à 25 ans

Mathématiques — 26/08/2016
Des indécidables à portée de main

Complexité

Pour la Science
La science expliquée pour ceux qui le font
Découvrez nos abonnements à partir de 5,50€/mois
www.pourlascience.fr
Je m'abonne

Articles les plus lus

1 Autisme : un héritage de Néanderthal ?

2 Des physiciens construisent une « bombe à trou noir » en laboratoire

3 « Les gènes associés à l'autisme ont été conservés au cours de l'évolution »

4 Le tadpoles, première étape dans la perception consciente

5 Une première cartographie des mitochondries du cerveau

6 [A Tribune de la science] Physique quantique et atomes froids

7 Comment les horloges atomiques repoussent les limites de la mesure du temps

8 L'Etat et la science : je t'aime, moi non plus

9 Maladie de Charcot : la piste d'une mutation de l'ADN mitochondrial

Newsletters

Restez informés de toutes nos parutions et découvrez des articles gratuits chaque semaine

Je m'inscris

Pour la Science
170 BIS BOULEVARD DU MONTPARNASSE, 75014 PARIS CE
N° CPPAP : 0507 K 90126